Universidad Carlos III de Madrid

OPTIMIZACIÓN Y SIMULACIÓN EN LA EMPRESA

Tema 1
Introducción

OBJETIVOS DEL CURSO

- Objetivos del curso:
  - Identificar, modelar y resolver problemas de toma de decisiones
  - Ser capaces de entender y abordar las principales dificultades que aparecen en la formulación y resolución de estos problemas
  - Modelización y resolución usando Excel:
    - La herramienta de cálculo más versátil y extendida
    - Muy usada en empresas como ayuda a la toma de decisiones

REFERENCIAS

- Notas de clase:

Aula Global

- Principal referencia:

Practical Management Science: Winston - Albright

- Otras referencias:

Spreadsheet Modeling and Decision Analysis: Ragsdale

Applied Management Science: Lawrence, Pasternack

Operations Management: Russell, Taylor

ESTRUCTURA DEL CURSO

- Temas:

1. Introducción
2. Optimización en modelos lineales
3. Optimización en modelos discretos
4. Optimización en modelos no lineales (sin y con restricciones)
5. Simulación

SISTEMAS DE AYUDA A DECISIONES (DSS)

- DSS en la práctica
  - Decision Support Systems: herramientas analíticas avanzadas de ayuda en el proceso de toma de decisiones
  - DSS usa modelos matemáticos para analizar situaciones complejas en negocios, finanzas, ingeniería o cualquier otro ámbito científico
- Disciplinas formales:
  - Investigación Operativa: algoritmos matemáticos y computacionales para resolver los problemas a abordar
  - Management Science: uso de modelos matemáticos y estadísticos, y algoritmos para tomar decisiones de forma racional y automática

SISTEMAS DE AYUDA A DECISIONES (DSS)

- Principales herramientas analíticas:
  - Optimización:
    - Encontrar la mejor decisión posible dentro de un conjunto (posiblemente innumerable) de alternativas
  - Simulación:
    - Aproximación formal de la realidad (incierta) para ahorrar tiempo y dinero
  - Probabilidad y Estadística:
    - Herramientas de ayuda para resumir/analizar información, medir riesgos, realizar predicciones, etc.

SISTEMAS DE AYUDA A DECISIONES (DSS)

- Utilizando un DSS, Continental Airlines ahorró 40M$ en 2001 tras los ataques del 11/9, aplicando decisiones óptimas para organizar sus rutas
- La compañía Ford, empleando DSSs, optimizó la manera de diseñar y probar prototipos de nuevos modelos, ahorrando 250M$
- UPS utilizó DSSs para resider su red de distribución, ahorrando 87M$ entre 2000 y 2002, y del orden de189M$ adicionales hasta 2010
- La compañía de televisión NBC utilizó DSSs para mejorar sus estrategias de negociación para la venta de su tiempo de anuncios, aumentando su beneficio en más de 200M$
- AT&T ahorró más de 100M$ a finales de los 90, optimizando los procedimientos para la recuperación de sus sistemas, si se hubiese producido un fallo grave en su red telefónica
- British Telecom (BT) utiliza DSSs para optimizar la planificación del trabajo a realizar por los 40000 ingenieros/programadores en plantilla. La reducción de costes estimada es de 250M$ anuales

SISTEMAS DE AYUDA A DECISIONES (DSS)

- Casos reales:
  - The Science of Better:

http://www.scienceofbetter.org

- Mantenido por la principal sociedad profesional: INFORMS
- Ejemplos de aplicaciones reales en diversas áreas
- Se incluye una introducción a Operations Research y Management Science

METODOLOGÍA DE TOMA DE DECISIONES

- Definición del problema: descripción de decisiones, identificación de un objetivo, especificación de restricciones
- Formulación del modelo: transformar los elementos anteriores en un lenguaje matemático
  - Solución del modelo: uso de lenguajes de modelización y algoritmos de optimización
  - Validación de la solución: es la solución implementable? Es aceptable? Proporciona resultados razonables?
  - Implementación de la solución: instrucciones de operación
- Haremos énfasis en los tres primeros puntos

EJEMPLO: PROBLEMA DEL TRANSPORTE

- Descripción:
  - Una compañía tiene 2 centros de producción para fabricar un determinado producto
  - Este producto se distribuye a 3 áreas de demanda (mercados mayoristas geográficamente diferenciados)
- El producto se distribuye a cada área con un coste:
  - De 90 euros por unidad y cada 100 Km
  - Por tanto, proporcional a la distancia entre centros de producción y mercados
- Otra información relevante:
  - Capacidades de producción y demandas en mercados

EJEMPLO: PROBLEMA DEL TRANSPORTE

- Datos:
  - Distancias, demandas y capacidades:
    - La siguiente tabla proporciona las distancias, d_{ij}, entre los centros de producción y los mercados (en cientos de Km), la capacidad máxima de producción en cada centro, y la demanda estimada en cada mercado:

	Distancias			
	M1	M2	M3	Capacidad
P1	2.5	1.7	1.8	350
P2	2.5	1.8	1.4	600
Demanda	325	300	275	

- Objetivo: encontrar la mejor forma de transportar el producto de forma que se minimicen los costes de distribución

EJEMPLO: PROBLEMA DEL TRANSPORTE

- Modelo:
  - Representación matemática para todas las partes relevantes del problema
  - Variables de decisión: qué queremos calcular (decidir)
    - Cantidad a transportar de centro de producción *i* a mercado *j*,

$$x_{11}, x_{22}, \ldots, x_{23} \qquad (6 \text{ decisions})$$

- Objetivo: Criterio para definir *lo mejor*
  - Minimizar coste de transporte,

$$90 \cdot 2.5 \cdot x_{11} + 90 \cdot 1.7 \cdot x_{12} + \cdots + 90 \cdot 1.4 \cdot x_{23}$$

EJEMPLO: PROBLEMA DEL TRANSPORTE

- Restricciones: límites sobre lo que podemos o queremos hacer
  - Demanda en cada mercado,

$$x_{11} + x_{21} \geq 325$$
$$x_{12} + x_{22} \geq 300$$
$$x_{13} + x_{23} \geq 275$$

  - Límites de producción (capacidades),

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 350$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 600$$

  - Restricciones técnicas,

$$x_{11}, \ldots, x_{23} \geq 0$$

- Formular y resolver este problema en Excel

ELEMENTOS DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

- Elementos:
  - Variables (incógnitas):
    - Horarios de despegue de aviones, cantidades a invertir (estrategias), decisiones a tomar (o a no tomar), alternativas, etc.
  - Función objetivo a optimizar:
    - Beneficios, tiempo, energía, costes, riesgos, etc.
  - Restricciones (límites en los valores de las variables):
    - Horarios de despegue limitados por seguridad, cantidades a invertir diversificadas, etc.

EJEMPLO: PROBLEMA DEL TRANSPORTE

- Modelo formal:
  - Datos genéricos:
    - Tenemos $i = 1,...,n$ centros de producción y $j = 1,...,m$ mercados
    - Necesitamos conocer los siguientes parámetros (datos):
      - $a_i \equiv$ producción máxima de cada centro i
      - $b_j \equiv$ demanda estimada para cada mercado j
      - $c_{ij} \equiv$ coste de transporte unitario desde cada centro i a cada mercado j
- Elementos del modelo:
  - Variables de decisión: cantidad a transportar de i a j : x_{ij}

EJEMPLO: PROBLEMA DEL TRANSPORTE

- Modelo final:
  - Función objetivo: minimizar costes de transporte

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}x_{ij}$$

  - Restricciones: satisfacer las demandas en cada centro

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \geq b_j, \quad j = 1, \ldots, m$$

  - Restricciones: no superar los límites de producción

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} \leq a_i, \quad i = 1, \ldots, n$$

  - Restricciones: condiciones técnicas, $x_{ij} \geq 0$

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

- Una vez el problema se ha formulado, su solución se obtiene aplicando un algoritmo de optimización
  - Estos algoritmos difieren en función de las propiedades del problema:
    - Problemas lineales y no lineales
    - Problemas continuos vs discretos
    - Optimización local vs global
    - Optimización bajo incertidumbre
    - Problemas multiobjetivo
- Trataremos: problemas lineales, discretos y no lineales

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

- Resolución:
  - Cálculo del los valores óptimos de las variables
    - Existen códigos (software) para cada tipo de problema:
    - Problemas lineales: CPLEX, XPressMP
    - Problemas discretos: CPLEX, MOSEK
    - Problemas no lineales: KNITRO, SNOPT
    - Optimización global: BARON

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

- Herramientas de ayuda:
  - Lenguajes de modelización:
    - GAMS, AIMMS, AMPL
  - Recursos web: NEOS

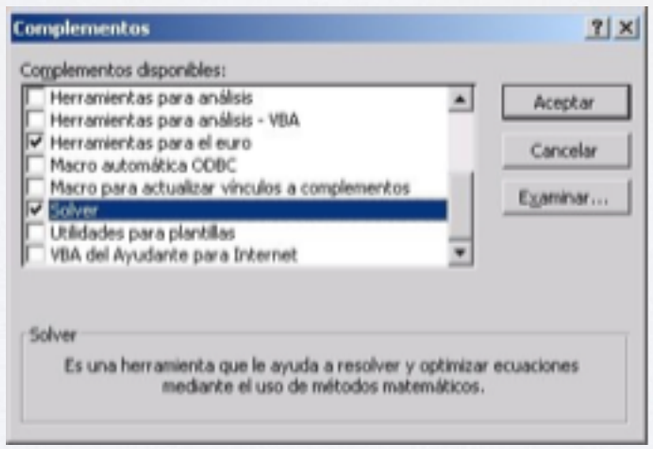
    http://www.neos-server.org/neos/
  - Algoritmos de carácter general:
    - Solver for Excel

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

- Para un problema dado, conviene separar los datos de la formulación del problema
  - Un mismo modelo se puede usar para resolver varios problemas, usando distintos conjuntos de datos
    - Este es el enfoque del servidor NEOS
    - Y el enfoque de todos los lenguajes de modelización
- Modelo: representación matemática del problema
- Necesitamos un lenguaje (computacional) para describir el modelo
  - En Excel: usaremos las celdas con fórmulas

SOLUCIÓN DEL PROBLEMA

- Solver de Excel
  - La herramienta Solver está disponible en el menú Datos – Solver (hay que verificar esto previamente, depende de la versión)
  - Si no, ir a: Archivo - Opciones - Complementos - Gestionar, y aparecerá algo parecido a:



  - Antes de usar esta herramienta, hace falta introducir el modelo en Excel

EJEMPLO: PROBLEMA DE LA DIETA

- Un veterinario quiere ayudar a un avicultor a diseñar una dieta equilibrada para los animales de su granja
  - Para ello, cada animal requiere al menos 3 unidades de hierro y 4 unidades de vitaminas por semana
    - Estos nutrientes se obtienen de los siguientes alimentos: maíz, harina de pescado y alimento sintético para aves
      - Cada kg de maíz proporciona 2.5 unidades de hierro y 1 unidad de vitaminas, cada kg de harina de pescado proporciona 3 unidades de hierro y 3 de vitaminas, y cada kg de alimento sintético proporciona 1 unidad de hierro y 3 de vitaminas
- Los precios por kg del maíz, harina de pescado and alimento sintético son 0.3, 0.5 and 0.2, respectivamente

EJEMPLO: PROBLEMA DE LA DIETA

- Resumen de datos:
  - Parámetros del modelo

	Maíz	Harina	Sintético	Necesidades
Hierro	2.5	3	1	3
Vitaminas	1	3	2	4
Coste	0.3	0.5	0.2	

- Objetivo:
  - El veterinario desea determinar la composición de la dieta más barata satisfaciendo el equilibrio nutricional de la misma

EJEMPLO: PLANIFICACIÓN DE LA PRODUCCIÓN

- Problema de planificación de producción
  - Una planta de ingeniería fabrica dos aleaciones, A y B, combinando 3 elementos: hierro, plomo y estaño
  - La siguiente tabla proporciona información sobre los requerimientos de estos elementos, su demanda y los beneficios unitarios asociados a ellos

Unidades por Kg			
Elementos	Prod A	Prod B	Disponibilidad
Hierro	7	4	56
Plomo	3	5	45
Estaño	4	3	48
Beneficio	10	8	

- Desarrolla una formulación matemática para conseguir el mayor beneficio económico en dicha planta